УДК 378.147 · ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОДГОТОВКА

Метод продуктивных сценариев в фундаментальной математической подготовке специалистов по защите информации

Н. В. Шамукова

Академия национальной безопасности Республики Беларусь, г. Минск

2026

Новая образовательная среда

Стремительное распространение больших языковых моделей (ChatGPT, GigaChat, YandexGPT и аналогов) за несколько лет изменило среду, в которой учатся будущие специалисты по защите информации. Основа их профессиональных знаний — дисциплины математического цикла.

С одной стороны — риск

Растёт число студентов, которые получают у нейросети готовые решения без содержательного разбора условия. Под вопросом самостоятельность и глубина усваиваемых знаний.

С другой — недоиспользованный потенциал

- мгновенно порождать вариативные, персонализированные учебные ситуации
- вести пошаговый диалог со студентом
- предъявлять альтернативные пути решения
- достраивать визуальное представление математического объекта

ПРОТИВОРЕЧИЕ, ОПРЕДЕЛЯЮЩЕЕ АКТУАЛЬНОСТЬ

Риск

Некритичное, репродуктивное использование искусственного интеллекта студентами

Потенциал

Дидактический потенциал ИИ как генератора продуктивных учебных ситуаций

Нужен специальный метод, который

использует возможности ИИ не для подмены самостоятельной работы студента, а для конструирования продуктивных, разветвлённых, профессионально ориентированных сценариев изучения фундаментальных математических дисциплин.

Математический анализ в фундаменте защиты информации

Адаптация традиционных методов преподавания к новым технологическим возможностям особенно важна для фундаментальных дисциплин: именно на их языке формулируются ключевые понятия криптографии.

Стойкость шифров

Строгие определения совершенной, семантической и вычислительной стойкости формулируются на языке пределов, рядов, интегралов и теоретико-мерной вероятности.

Генерация ключей

Оценка эффективности генерации ключей, в частности для RSA, опирается на асимптотику распределения простых чисел.

Обоснование стойкости

Опирается на аналитические свойства дзета-функции Римана: нужны ряды, несобственные интегралы и элементы теории функций комплексного переменного.

Трудности освоения фундаментальных дисциплин

Несмотря на ключевую роль математического анализа в подготовке технических специалистов, многие обучающиеся испытывают значительные трудности.

01

Абстрактные понятия и формальные доказательства

Пределы, ряды, мера — объекты без наглядной опоры, требующие строгого языка.

02

Классическое изложение не учитывает когнитивные особенности

Единый способ подачи материала для разных типов восприятия.

03

Поверхностное понимание

Формальное усвоение алгоритмов без глубокого осмысления — и готовая почва для некритичного использования ИИ.

История вопроса: от обучения через деятельность к продуктивному обучению

Понятие «продуктивное обучение» не является открытием нынешнего этапа педагогической науки — у него более чем вековая предыстория.

1899–1918

Дж. Дьюи, У. Килпатрик

Обучение через деятельность и метод проектов: знание рождается в опыте решения реальных задач.

1945

Д. Пойа

«Как решать задачу»: эвристика математического поиска становится предметом обучения.

1960–70-е

И. Я. Лернер, М. Н. Скаткин, М. И. Махмутов, А. М. Матюшкин

Разделение методов на репродуктивные и продуктивные; теория проблемного обучения.

1972–1991

«Город как школа», Институт продуктивного обучения в Европе

Продуктивное обучение как международное движение (сеть INEPS): учебный продукт в реальном контексте.

1990-е

А. В. Хуторской, М. И. Башмаков

Дидактическая эвристика — теория и технология эвристического (продуктивного) обучения; перенос идей продуктивного обучения в преподавание математики.

КЛЮЧЕВАЯ ИДЕЯ ПРОДУКТИВНОГО ОБУЧЕНИЯ

Знание не передаётся студенту в готовом виде, а порождается — «продуцируется» — им самим в ходе деятельности, приближенной по структуре к реальной профессиональной или исследовательской практике, и завершается созданием собственного познавательного продукта.

Познавательный продукт — это

- решение
- модель
- доказательство
- программа
- аналитическая записка

Четыре признака продуктивного сценария

Продуктивный сценарий — специально спроектированная последовательность учебно-познавательных ситуаций, каждая из которых:

а **Исходит из содержательной проблемы**

В идеале — профессионально ориентированной, а не из абстрактного определения.

б **Требует самостоятельного математического действия**

Построение гипотезы, выбор метода, выкладки, оценка погрешности — а не воспроизведение образца.

в **Завершается проверяемым продуктом**

Число, оценка, график, контрпример, доказательство — интерпретация которого возвращает к исходной проблеме.

г **Допускает альтернативные пути**

Несколько версий сценария, между которыми студент делает осознанный выбор.

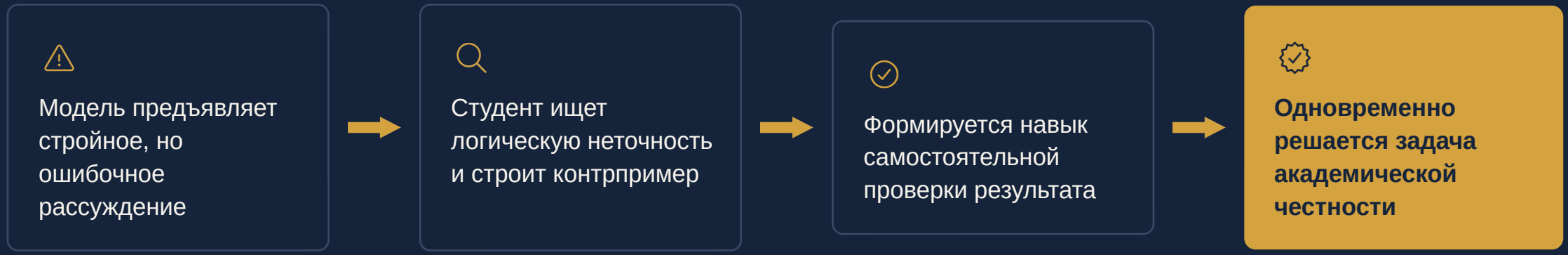
Продуктивные сценарии ИИ: две роли модели

Продуктивный сценарий ИИ — специально спроектированное взаимодействие студента с генеративной моделью, в котором модель выполняет функцию не «решателя», а генератора и модератора учебной ситуации.

Параметр	ИИ-«решатель»	ИИ — генератор и модератор сценария
Запрос студента	«Реши задачу»	«Сформулируй задачу в контексте стойкости шифра и предложи два пути решения»
Что выдаёт модель	Готовый ответ	Новую, вариативную, профессионально контекстуализированную формулировку и несколько путей рассуждения
Действие студента	Копирование результата	Собственное математическое действие: гипотеза, выбор метода, выкладки, проверка
Что формируется	Иллюзия понимания	Понимание сути и навык верификации результата

Верификация — обязательный элемент сценария

Применение продуктивных сценариев ИИ при формировании практических заданий — экспертный подход к проверке глубины понимания. Генеративные модели способны выдавать убедительные, но неверные доказательства.



Пример: практические задания по теме «Множества»

ПРИМЕРЫ И КОНТРПРИМЕРЫ

«Приведи пример двух множеств A и B, для которых $A \in B$ и одновременно $A \subset B$»

Полезная провокация на различение принадлежности и включения.

МНОГОВАРИАНТНОЕ ОБЪЯСНЕНИЕ

«Объясни диагональный метод Кантора через таблицу, через функцию и на бытовом языке»

Классический продуктивный сценарий: метод Кантора ломает привычную интуицию о бесконечности.

ПРОВЕРКА ТЕХНИКИ ОПЕРАЦИЙ

«Раскрой законы де Моргана, дистрибутивности и тождества с симметрической разностью на конкретных множествах»

Контроль владения операциями над множествами на числовом материале.

Зоны систематических ошибок ИИ — объект проверки студентом

Принадлежность и включение

Смешение отношений ∈ и ⊂.

Конечное и бесконечное

Подмена «очень большого конечного» бесконечным и, наоборот, конечного — счётным.

Счётность и континуум

Путаница между счётной бесконечностью и мощностью континуума; неверные утверждения о том, какие множества счётны.

Мощность булеана

Заявляется |P(A)| = 2·|A| вместо |P(A)| = 2^|A|.

«Множество всех множеств»

Некритичное принятие понятия, игнорирование парадокса Рассела.

Ложные доказательства

Формально «стройные», но неверные доказательства счётности несчётных множеств.

Результат: навыки эпохи цифровизации

Концептуальное мышление

Понимание сути математических объектов, а не только алгоритмов работы с ними.

Аналитическое мышление

Выбор метода, построение гипотезы, оценка погрешности и интерпретация результата.

Критическое мышление

Способность находить логические неточности в «машинных» утверждениях.

Поиск ошибок в рассуждениях ИИ ведёт к глубокому пониманию сути математических процессов, формирует прочные фундаментальные знания и метапредметные компетенции, необходимые специалистам в области защиты информации.

Современный опыт: практики, созвучные методу

ИИ-ТЬЮТОРЫ, НЕ ДАЮЩИЕ ОТВЕТ

Khanmigo (Khan Academy), «утка» CS50 (Гарвард)

Модель задаёт наводящие вопросы и не выдаёт готовое решение — ИИ как модератор, а не решатель.

РЕФЛЕКСИВНАЯ ВЕРИФИКАЦИЯ

Университетский курс математики с разрешённым ИИ (Choi, 2026)

Успеваемость не зависела от того, решает ли ИИ задачу, и сильно связана с рефлексивными журналами и обсуждением с однокурсниками.

СПЕЦИАЛЬНЫЕ И УНИВЕРСАЛЬНЫЕ ИНСТРУМЕНТЫ

OECD Digital Education Outlook 2026

Различает универсальные чат-боты и специально спроектированные образовательные инструменты со встроенными педагогическими ограничениями и опорами.

ОТЕЧЕСТВЕННЫЙ КОНТЕКСТ

Генеративные методы в обучении математическому анализу

Добровольская, Сеидова (2025); обсуждение трансформации математического образования на конференции TMMIE-II (Минск, 2025).

Выводы

1. Метод продуктивных сценариев развивает идеи продуктивного обучения Хуторского и Башмакова применительно к занятию по фундаментальной математической дисциплине.

2. Генеративная модель в сценарии выполняет роль генератора и модератора учебной ситуации, а не решателя; обязательная верификация её результатов формирует критическое мышление и поддерживает академическую честность.

3. Профессиональная контекстуализация — стойкость шифров, генерация ключей — делает фундаментальную математику осмысленной для будущих специалистов по защите информации; современные исследования подтверждают, что результат определяет педагогическая организация работы с ИИ.

Литература и источники

Литература доклада

1. Добровольская Н. Ю., Сеидова Н. М. Генеративные методы искусственного интеллекта как инструмент повышения эффективности обучения математическому анализу // Вестник МГПУ. Серия «Информатика и информатизация образования». 2025. № 4 (74). С. 89–104.
2. Хуторской А. В. Дидактическая эвристика: Теория и технология креативного обучения. М.: Изд-во МГУ, 2003.
3. Башмаков М. И. Продуктивное обучение и математическое образование // Школьные технологии. 2004. № 4. С. 4–14.

Современный опыт

1. OECD. Digital Education Outlook 2026: Exploring Effective Uses of Generative AI in Education. Paris: OECD Publishing, 2026.
2. Can Generative Artificial Intelligence Effectively Enhance Students' Mathematics Learning Outcomes? A Meta-Analysis of Empirical Studies from 2023 to 2025 // Education Sciences. 2026. Vol. 16 (1). Art. 140.
3. Choi W. Y. Integrating Generative AI in University Mathematics: reflective and collaborative learning as pedagogical safeguards // Education and Information Technologies. 2026. Vol. 31. P. 3925–3946.
4. Ali S. R. et al. From Tool to Tutor: Socratic AI Tutoring, Metacognitive Engagement, and Prior Knowledge as Determinants of Learning Gains in Gateway STEM Courses // Regional Lens. 2026. Vol. 5 (1). P. 265–278.